Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы "Школа № 1454 "Тимирязевская"

 **«Способы быстрого умножения и возведения в квадрат»**

Авторы: учащиеся 10 «З»

Кулешова Елизавета,

Голубева Анастасия

Руководитель:

Литвинцева Жанна Александровна

Москва 2022

**Содержание**

Аннотация………………………………………………..……..3

Введение……………………………………………………...…4

1. Обзор литературы……………………………………....……...7

2. План работы над проектом…………………………….……....8

3. Описание проекта……………………………………………....9

3.1. Способы быстрого умножения………………………...….9

3.2. Способы быстрого возведения в квадрат………………. 15

4. Оценка полученного результата……………………………..17

5. Выводы и перспективы……………………………………….17

6. Список литературы…………………………………….……..18

**Аннотация**

Проект посвящен описанию и изучению необычных и быстрых способов умножения и возведения в квадрат многозначных чисел. В цели проекта входит:

* изучение нестандартных приёмов умножения, позволяющих сделать процесс вычисления рациональным;
* создание буклета, в котором подробно излагаются приемы быстрого умножения.

Главной задачей проекта было отобрать наиболее рациональные способы умножения и возведения в квадрат, которые позволят произвести быстрые расчеты в уме. Особое внимание в нашем проекте мы уделили доказательству истинности применения приемов быстрого умножения.

Актуальность заключается в том, что способы умножения, которыми мы пользуемся на уроках и в повседневной жизни, не всегда позволяют быстро и просто найти результат. Овладение приемами быстрого умножения дает возможность быстро производить расчеты в уме. Применение нестандартных приемов формирует вычислительные навыки, развивает память и повышает уровень математической культуры мышления. Из большого числа различных приемов умножения мы отобрали наиболее рациональные. Их применение побуждает к мыслительной деятельности и развивает скорость вычислений.

Проект носит обучающий характер, и будет интересен всем, кто интересуется математикой и хочет научиться быстро считать.

В результате был создан буклет с подробным изложением приемов умножения, возведения в квадрат и примерами. Собранный в ходе работы материал может быть использован на уроках математики в школе, а также на внеурочных занятиях и для самостоятельного изучения.

**Введение**

*Подобно тому, как живой человек непременно дышит и питается, так точно и человек, живущий сознательной жизнью, мыслит, говорит и, между прочим, считает.* Беллюстин В.К.

Число – одно из основных понятий математики, позволяющее выразить результаты счета или измерения. Числа были придуманы людьми, чтобы обозначать количество предметов. Но эти величины непостоянны – количество предметов то увеличивалось, то уменьшалось, поэтому важно было уметь выполнять действия с числами. С развитием цивилизации появились различные приемы счета. Они были необходимы купцам, ремесленникам и ростовщикам.

Нам, использующим определенный порядок умножения, кажется странным, что могут существовать другие способы, настолько мы привыкли к известному всем приему умножения «в столбик». За тысячелетия развития математики было придумано множество способов умножения чисел. Ни в одном другом действии не встречается такого большого разнообразия, как в умножении. Многие приемы были довольно громоздкими, на получение результата умножения уходило много времени. Но при этом некоторые старинные способы умножения заслуживают внимания.   Используя их на уроках или дома, можно развить скорость вычислений, привить интерес к математике, добиться успехов в изучении всех школьных предметов.

Проектная работа рассматривает и описывает рациональные и быстрые способы умножения, которые можно применять вместо способа умножения в столбик, а также приемы быстрого возведения в квадрат.

*Цели:*

* изучение нестандартных приёмов умножения двузначных и трехзначных чисел, приемов возведения в квадрат, позволяющих сделать процесс вычисления рациональным;
* создание буклета, в котором подробно излагаются приемы быстрого умножения и возведения в квадрат.

*Задачи:*

* поиск необычных и быстрых способов умножения, не используемых на уроках математики;
* ознакомление с различными способами умножения натуральных чисел и их применение при вычислениях;
* ознакомление с приемами возведения в квадрат многозначных чисел;
* овладение приемами быстрого умножения в уме;
* подведение теоретического обоснования данных способов.

*Актуальность.*

Способы умножения, которыми мы пользуемся на уроках и в повседневной жизни, не всегда позволяют быстро и просто найти результат. Овладение приемами быстрого умножения дает возможность быстро производить расчеты в уме. Использование нестандартных приемов формирует вычислительные навыки, развивает память, усиливает интерес учащихся к математике, повышает уровень математической культуры мышления.

В ходе изучения литературы и интернет ресурсов по теме проектной работы мы узнали, что существует множество различных способов умножения, некоторые из которых позволят быстро произвести умножение в уме. В. К. Беллюстин в книге «Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики» подчеркивает, что ни в каком другом действии не встречается такого большого разнообразия, как в умножении. Возникла идея создания проекта, который показывает, что можно умножать не только так, как предлагают нам в учебниках математики.

*Практическая значимость:*

В проектной работе собраны простые и легко запоминающиеся приемы быстрого умножения двузначных и трехзначных чисел и возведения в квадрат. А материалы нашего видео-курса позволят каждому учащемуся изучить и научиться применять правила быстрого умножения.

*Теоретическая значимость:*

В проектной работе писали различные приемы умножения двузначных и трехзначных чисел, привели доказательство их истинности при помощи упрощения буквенных выражений. Материал можно применять на занятиях школьного математического кружка в качестве дополнительного материала с целью появления заинтересованности к учебному предмету и пробуждения желания у учащихся к изучению математики, а также для расширения кругозора.

**Обзор литературы**

При подготовке проекта мы использовали учебно-методическую литературу, издания по арифметике, статьи в интернет ресурсах.

# **В Книге В. К. Беллюстина «Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики» содержится информация об истории арифметики, подробно изложены различные приемы счета с древних времен. Здесь автор подробно описал различные приемы умножения, некоторые из которых заслуживают внимания. Благодаря этим приемам можно ускорить процесс вычисления.**

# **Еще одним источником, раскрывающим различные способы умножения, является энциклопедия «Аванта+». В энциклопедии приводится историческая справка о числах, действиях с числами, история возникновения чисел и действий, их обозначение, счет у разных народов.**

# **В этих книгах «Быстрый счет. Тридцать простых приемов устного счета» и «Занимательная арифметика» Я. И. Перельман приводит всевозможные приемы быстрого счета в уме, упрощающие вычисления, в том числе способы быстрого умножения.**

**К тому же для доказательства истинности приемов устного счета мы применили теоретический материал из курса математики об одночленах и многочленах, действиях между ними. Мы изучили и описали различные приемы быстрого умножения и быстрого возведения в квадрат.**

**План работы над проектом**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *№* | *Направление работы и мероприятия* | *Результат* | *Сроки*  |
| 1 | Введение в тематику проекта, определение целей и задач; планируемый результат  | План выполнения проекта | 2 неделя сентября |
| 2 | Поиск и обработка информации | Список литературы и интернет ресурсов | 3-4-я неделя сентября |
| 3 | Определениеи подготовка ресурсов, необходимых для осуществления проектной работы | Список и подготовка ресурсов | 1 неделя октября |
| 4 | Изучение различных способов умножение | Теоретическая база проекта | 1-3 неделя октября |
| 5 | Описание различных способов умножение | Изучение и описание особенностей различных приемов | 3-4 неделя октября |
| 6 | Описание быстрых способов возведения в квадрат | Изучение и описание особенностей различных приемов | 1 неделя ноября |
| 7 | Отбор материала для буклета | Отбор теоретического материала с пояснениями | 2-3 неделя ноября |
| 8 | Создание буклета | Приемы быстрого умножения с пояснением | ноябрь-декабрь |
| 9 | Анализ проектной работы и перспективы дальнейшей работы над проектом. | Результаты и выводы, определение перспектив | 3-я неделя декабря |
| 10 | Создание презентации и описание проекта |  Описание проекта, презентация | в процессе работы |
| 11 | Подготовка к защите проекта.  | Описание проектной работы | декабрь |

**Описание проекта**

Автором известного всем нам способа умножения многозначных чисел в столбик следует считать Адама Ризе (XVI в.). В его руках он получил последнюю отделку и завершение, и теперь он считается самым удобным.

**Способы быстрого умножения**

1. Данное правило позволит быстро выполнять умножение чисел в пределах от 10 до 20. Например, .

Вычисляем или , то есть один множитель складываем с цифрой единиц второго множителя. В конец числа 21 пишем 0 и складываем его с результатом умножения 7 на 4, то есть .

Доказательство: Пусть и - цифры от 0 до 9

 так как это число тогда

Для того, чтоды умножить любые два числа от 20 до 30 можно применить похожий прием. Выполним умножение 23 на 28. Как в предыдущем примере вычисляем или . Удваиваем эту сумму (), затем к полученному числу вконце приписываем 0, и складываем его с результатом умножения 3 на 8, то есть .

Доказательство: Пусть и - цифры от 0 до 9.

 так как это число тогда

1. Рассмотрим еще один оригиналный прием умножения двузначных чисел, у котрых цыфры в разряде десятков одинаковы, а единицы составляют в сумме десять, то есть если один множитель , то парный к нему должен быть (). Правило для умножения следующее: при умножении 34 на 36 надо десятки умножить на следующие десятки, то есть , пермножить единицы и сложить оба результата 1200+24=1224.

Приведем доказательство истинности данного правила для двух чисел

, так как сделаем замену и получим:

, откуда видно, что цифру десятков умножают на цифру, котороя на 1 больше.

Данное правило можно применить для умножения трехзначных чисел. При этом цифры, стоящие в разряде сотен обоих множителей должны быть одинаковыми и цифры в разряде десятков тоже, сумма единиц равна 10. Например, для вычисления надо и ,

Это правило описал итальянский математик, инженер и геодезистом Никколо Фонтана Тарталья (). Подобный прием существенно экономит время на вычисление, по сравнению с известным способом умножения в столбик.

1. **Умножение двузначных чисел близких к 100.**

Выполним умножение 96 и 97.

Находим вспомогательные числа: . Вспомогательные числа это 4 и 3.

Чтобы найти цифры, стоящие в начале результата, надо или . Значит, в начале нашего числа стоят цифры 9 и 3.

Чтобы отыскать оставшиеся цифры, перемножаем 4 и 3. Получается 12, то есть цифры 1 и 2 - это последние цифры произведения. В результате умножения получаем число 9312. Значит, .

Доказательство:

 и - цифры от 0 до 9.

Проверим умножение чисел и описанным способом.

То есть и

 - это и есть те самые вспомогательные множители.

 - это число стоит впереди в произведения.

Для поиска оставшихся двух цифр перемножаем вспомогательные числа и :

Первые две найденные цифры стоят в разряде сотен и тысяч, значит, чтобы получить ответ надо число умножить на 100 и сложить с . Получаем:

1. Похожий прием можно примнить для чисел, которые незначительно превышают 100. Выполним умножение 105 и 107.

Находим вспомогательные числа: . Вспомогательные числа это 5 и 7. Находим сумму или . Значит, в начале нашего числа стоят цифры 1,1 и 2. Чтобы найти оставшиеся цифры, перемножаем вспомогательные числа 5 и 7, получим 35. Цифры 3 и 5 - это последние цифры произведения. В результате получаем число 11235. Значит, .

Доказательство: и - цифры от 0 до 9.

Проверим умножение чисел и описанным способом.

Для поиска оставшихся двух цифр перемножаем вспомогательные числа, получим . Первые две найденные цифры стоят в разряде сотен, тысяч и десятков тысяч, значит, чтобы получить ответ надо число умножить на 100 и сложить с .

1. Рассмотрим умножение чисел 34 и 32. Ближайшее к ним круглое число 30. Найдем вспомогательные числа, как и в предыдущем примере:

. Находим сумму получим 36.

Умножаем 36 на 30, получаем 108.

Умножаем единицы: . Подписываем эту цифру в конец числа 108. Получим число 1088.

Доказательство:

Вычислим произведение по нашему правилу. Ближайшее круглое число

Умножаем выражение на . Получаем:

.

Рассмотрим умножение чисел 62 и 58. Ближайшее к этим числам круглое число 60, но одно из чисел превышает его, а второе меньше. . Вспомогательные числа в нашем случае и .

Находим сумму или . Умножаем 60 на 60., получим 3600. Вычисляем .

Окончательный ответ получим вычитанием числа 4 из 3600, то есть

.

Еще один пример

Здесь вспомогательные числа . Далее вычисляем или . Получаем 47. Умножаем 47 на 50. Умножить 47 на 50 то же самое, что

Далее , далее

Данный способ умножения применим в случае, когда оба числа близки к некоторому круглому числу.

Аналогичный метод применим в случае, если одно из чисел превышает 100, а второе меньше 100. При этом оба числа стоят радом с 100.

 Вспомогательные числа

Складываем 106 и -3 или 97 и 6, получим 103. Умножаем 103 на 100, получим 10300, далее . .

1. Способ умножения «крестиком».

В этом способе сначала вычисляют единицы произведения, потом его десятки и притом сразу все, какие только могут оказаться, чтобы затем к десяткам более не возвращаться. Потом надо вычислить сотни произведения, таким образом, мы идем последовательно от одного разряда к другому. Рассмотрим пример умножения двузначных чисел.

. Находим цифру разряда единиц: . Для вычисления цифры разряда десятков определим: . Значит, 0 – цифра разряда десятков. Находим сотни. Они получаются от умножения десятков на десятки, и к полученному числу прибавляем 1 сотню от десятков. Получим: .

Все действия можно изобразить такой фигурой:



Доказательство: : и - цифры от 0 до 9.

По нашему правилу находим цифру единиц – .

Разряд десятков – это , а разряд сотен .

Складываем выражения .

Действительно .

Способ умножения «крестиком» можно применять для быстрого умножения трехзначных чисел.

Рассмотрим пример .

1. Находим цифру разряда единиц, умножаем единицы чисел:
2. Десятки образуются так: умножаем единицы на десятки, а десятки а единицы, сладываем. Цифра 8 стоит в разряде десятков, единицу запоминаем.
3. Для отыскания цифры разряда сотен воспользуемся схемой:



. , так как от предуджущей суммы на ум пошла цифра 1. Цифра 2 записывется в разряд сотен.

1. Находим цифру разряда единиц тысяч:

Цифра 4 от числа 42 складывается с числом 38,



В разряд тясяч идет цифра 2.

1. Цифра десятков тысяч: далее (цифра 4 от числа 42 предыдущего пункта). В нашем числе 14 десятков тысяч.

В результате

Индийцы часто пользовались этим способом умножения, они умели умножать по этому способу очень быстро, за что и назвали его «молниеносным». Этот способ вовсе не труден, но требует умение быстро складывать двузначные числа. Этот прием умножения знали и итальянцы. Им восхищался Лука Пачиоло (1494 г.), описавший его под названием «crecetta sine casella» («крестик без клеток»).

**Способы быстрого возведения в квадрат**

1. Чтобы возвести в квадрат двузначное число, оканчивающееся цифрой 5, например 75, умножают число десятков 7 на него же плюс единица () и приписываю 25 (). Получим число 5625.

Для объяснения этого приема применяем способ 2 из умножения.

 . Оба множителя начинаются с одной и той же цифры, а сумма единиц () равна 10.

**II.**

 Далее умножаем 6 на 7 и удваивает результат. . Для получения ответа надо сложить следующим образом:



1. Для возведения трехзначного числа в квадрат, у которого на месте

десятков стоит 0, применяем похожее правило.

Пример : . Первые две цифры ответа – 16, посдние две 09. . Записываем 24 между 16 и 09, получаем 162 409. Этот же способ можно записать так:

*.*

Складываем, как на схеме



Доказательство:

 Произведение - это число, цифры которого стоят в разряде тысяч и десятков тысяч нового числа.

Расмотрим пример возведения в квадрат любого трехзначного числа.

Например, . Возводим в квадрат каждую цифру.

. Там, где при возведении в квадрат получилось однозначное число, подписывает спереди 0, то есть 01, 04.

Получим число 250104. Следующий шаг . Оба результата удваиваем: . Получим число1004 (перед однозначным число пишем 0).В конце умножаем 5 на 2 (цифру единиц на цифру сотен), получаем 10 и удваиваем . Далее три числа складываем, как на схеме:

**

1. **Оценка полученного результата**

Проектная работа включает рациональные и быстрые способы умножения, которые можно применять вместо способа умножения в столбик, а также необычные приемы возведения в квадрат. В ходе работы мы узнали о происхождении метода умножения в столбик. Мы познакомились со способами умножения в старину, нашли и описали интересные и оригинальные приемы умножения многозначных чисел, которые применяли в древности и средние века. По своей легкости и удобству они заслуживают применения на практике. Все описанные нами способы умножения и возведения в квадрат развивают сообразительность и ускоряют процесс вычисления.

**Выводы и перспективы**

Описанные нами приемы облегчают вычислительную работу, а разработанный буклет позволит учащимся без труда изучить их и научиться применять при умножении чисел.

Успешное овладение описанными нами способами умножения предполагает не механическое, а вполне сознательное применение приёмов. Возможно, с первого раза не получится быстро перемножить числа. Для развития скорости вычисления потребуется более или менее продолжительная тренировка. Описанные нами нестандартные способы хоть и просты, но индивидуальны для каждой группы чисел, потому что для подсчетов требуется знание разных алгоритмов. Но овладев этими способами, можно научиться не только быстро считать в уме, но и тренировать память.

Надеемся на то, что наш проект заинтересует учащихся изучением математики, что каждый найдет для себя приемы быстрого счета, которые будет активно применять в жизни и на уроках.

**Список литературы**

1. Веннинджер. М. Модели многогранников, перевод с англ. яз. В.В. Фирсова.- М.: «Мир», 1974.- 236 с.
2. Волошинов А. В. Математика и искусство, 2-е изд., дораб. и доп. — М.: «Просвещение», 2000.- 335.
3. Зайцева А.А. Техники работы с бумагой: большая энциклопедия. – М.: «Эксмо», 2010.- 192 с.
4. Орлов В. В., Подходова Н. С., Ермак Е. А., Иванов И. А.Геометрическое моделирование окружающего мира. 10-11 классы. – М.: «Дрофа», 2009.- 80 с.
5. Пидоу Д. Геометрия и искусство, перевод с англ. яз. Ю. А. Данилова.- М.: «Мир», 1979.- 332 с.
6. Интернет ресурсы:

https://www.mattshlian.com

https://museum-design.ru/charuyushchiye-origami-ot-kota-hiratsuka

https://lib.rosdiplom.ru/library/prosmotr.aspx?id=910803